MATEMÁTICAS AVANZADAS DE LA FÍSICA:

TEMARIO PROPUESTO.

El siguiente punteo de temas es propuesto con el objetivo general de mostrar al alumno que las funciones especiales y las transformadas integrales no son solamente un tema matemático, que involucra las ramas de la geometría diferencial, las ecuaciones diferenciales y el análisis matemático, sino que son las técnicas de estudio fundamentales de la electrostática, de la electrodinámica, la mecánica cuántica en los límites relativista y no relativista, la dinámica de medios deformables, la hidrodinámica clásica entre otras ramas de la física que no son citadas la construcción del mismo es bajo el supuesto que los estudiantes han cursado o al menos tienen conocimiento de cálculo I a IV, ecuaciones diferenciales ordinarias, variable compleja, mecánica vectorial, fenómenos colectivos, electromagnetismo I e introducción a la mecánica cuántica.

1. **Motivación:** La física y la geometría, el problema de las ecuaciones diferenciales parciales (8 horas).

**Objetivo:** estudiar sistemas de coordenadas comenzando por el sistema cartesiano, polar, cilíndrico, esférico, paraboloidal, toroidal, esferoidal oblato y prolato, finalizando con sistemas de coordenadas generalizadas, en cada uno de estos se mostrara al estudiante una forma de calcular los factores de escala, los elementos de línea y de superficie.

Partiendo de los elementos previamente citados mostrar el teorema del gradiente, el teorema de Gauss y el de Stokes en un sistema curvilíneo generalizado y con esto mostrar la forma de escribir los operadores gradiente, rotacional, divergencia y laplaciano para un sistema de coordenadas en generalizado.

Mostar la forma que poseen las ecuaciones diferenciales de la física en un sistema de coordenadas general, (ecuación de Shrödinger, Maxwell, Klein Gordon y Fourier).

1. **Primeras técnicas de solución:** el método de variables separables, los límites de aplicación y los primeros ejemplos.

**Objetivo:** mostrar los casos en los cuales una ecuación diferencial puede ser resuelta mediante el método de variables separables, mostrar soluciones a ecuaciones de este tipo, análisis de soluciones regulares y singulares (en el origen y al infinito), el método de Frobenius, y la segunda solución.

Mediante esta construcción se encaminara a los estudiantes al análisis del estudio de un conjunto completo de soluciones, se reflexionará sobre estas exhibiendo su independencia lineal y qué estas pueden verse como un a base, para terminar se abordará el teorema del desarrollo en una base general y se abordara como ejemplo trivial la base de Fourier.

Posteriormente como ejemplo de aplicación se propone el estudio de la ecuación de Laplace en geometría esférica, cilíndrica y cartesiana con condiciones a la frontera tales que impliquen el desarrollo de una función en términos de un conjunto completo de soluciones.

Abordar el problema de la separación de variables para el caso de la ecuación de onda en el sistema cartesiano (base de Fourier), en un sistema cilíndrico dando pie al estudio de la base de Bessel ordinaria, funciones de Newman, funciones de Hankel de primer y segundo tipo, representación compleja y representación integral, funciones de Bessel modificadas, cabe señalar que este estudio incluye el estudio de la ortogonalidad, las relaciones de recurrencia, las gráficas de algunas de estas funciones así como los ceros de las mismas.

Resolver problemas que involucren funciones de Bessel como lo son el estudio de difracción de Fraunhofer, cavidades de resonancia electromagnéticas, partículas en una caja circular y pozos esféricos.

1. **Consecuencias de la completes y la ortogonalidad de una base:** la representación de una función delta de Dirac, el teorema de Green.

**Objetivo:** Mostar al alumno la construcción de la distribución delta de Dirac como una relación de ortogonalidad general, ilustrar el teorema de Green y explicar aplicaciones e importancia de los mismos usando como muestras la propagación de ondas electromagnéticas en geometría esférica, así como los propagadores de la mecánica cuántica y la resolución de la ecuación de Poisson.

1. **Un par de funciones importantes, la función gamma y la beta:** revisiónbreve de la función gamma y beta, series de Stirling.
2. **Separación de variables en coordenadas esféricas:** separar la ecuación de Helmholtz Lapalce en el referido sistema coordenado.

**Objetivo:** llevar acabo la separación de variables, para las ecuaciones antes referidas en este sistema coordenado mostrando que la solución general a la parte angular se reduce a dos ecuaciones diferenciales, una ecuación de oscilador armónico y la ecuación asociada de Legendre, dando pie al estudio tanto de los polinomios asociados de Legendre como a los ordinarios. Dicho estudio implica las singularidades de la ecuación, las relaciones de ortogonalidad, completes y recurrencia de los mismos y representación integral, para finalmente unir ambas soluciones en una misma los armónicos esféricos.

Como complemento de esto se plantearán problemas que implican una solución mediante polinomios de Legendre ordinarios y asociados (problemas de electrostática, magnetostática, campos gravitacionales y potenciales centrales en la ecuación de Shrödinger).

1. Funciones especiales.
2. Transformadas integrales.